TEMA 2: Programação Linear

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE PL PELO MÉTODO GRÁFICO

O método gráfico pode ser aplicado para resolver os problemas de programação linear de forma eficiente, apenas quando a função objectivo e o conjunto das restrições tiver duas variáveis de decisão

As regras gerais para a resolução dos problemas de programação linear pelo método gráfico, resumem-se nos passos:

Passo 1. Para um problema prático, destacar e colocar numa tabela as informações relevantes;

Passo 2. Escrever o modelo matemático do problema usando a sequência:

- Introduzir as variáveis de decisão e escrever a função objectivo;
- Escrever as restrições do problema, usando inequações ou equações;
- Escrever as restrições de não negatividade.

Passo 3. Representar num gráfico o conjunto solução. Se existe solução, calcular as coordenadas deste ponto extremo.

Passo 4. Usando as coordenadas do passo 3, calcular o valor da função objectivo;

Passo 5. Interpretar a solução óptima, em função do enunciado do problema original.

Domínio das soluções admissíveis

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \le 4 \\ x_1 + 2x_2 \ge -2 \\ x_1 - x_2 \ge -2 \\ x_1 \le 3 \end{cases}$$

r1

x1	x2
0	**4**
4	0

r2

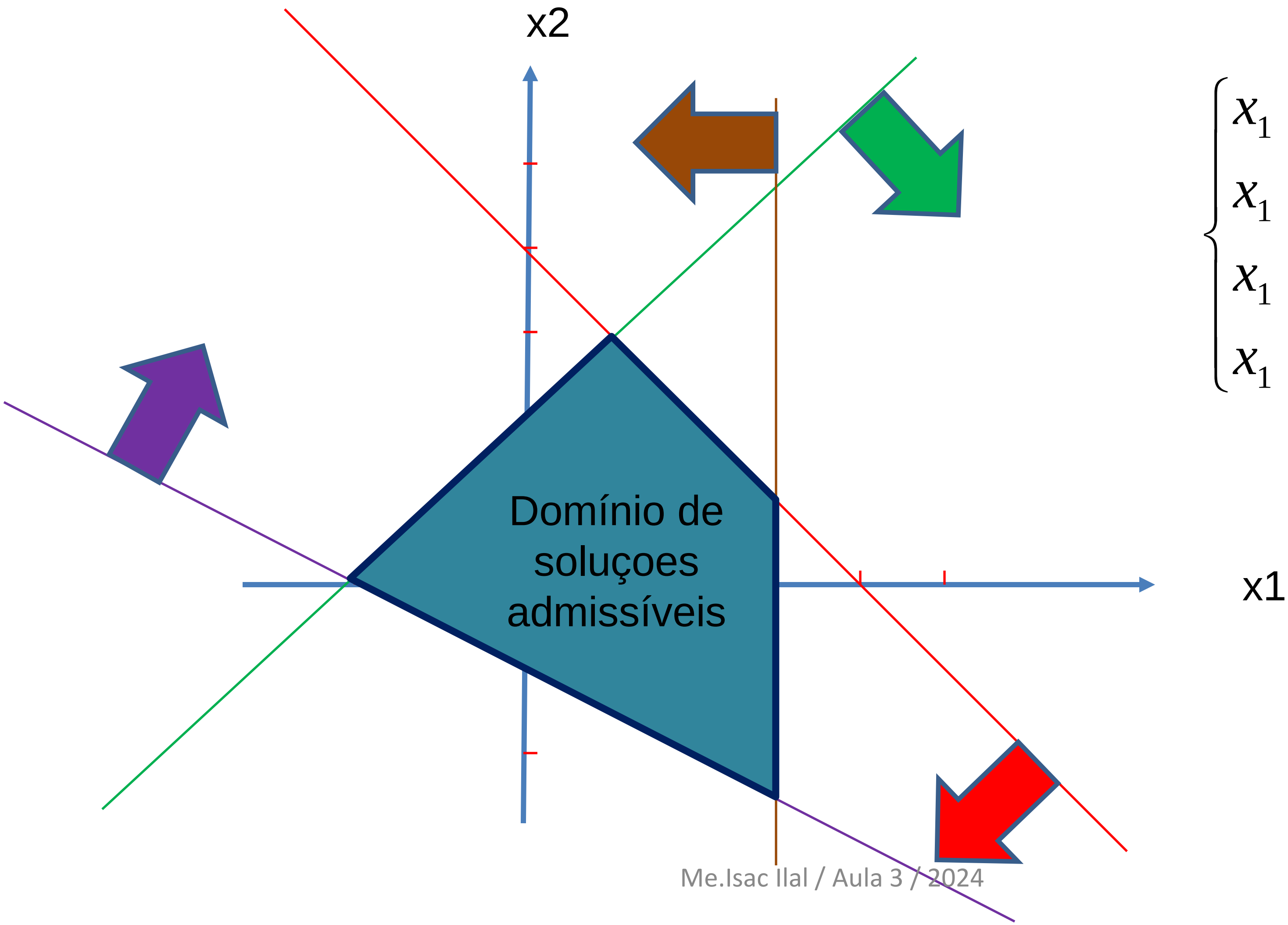
x1	x2
0	**-1**
-2	0

r3

x1	x2
0	**2**
-2	0

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 4 & \text{r1} \\ x_1 + 2x_2 = -2 & \text{r2} \\ x_1 - x_2 = -2 & \text{r3} \\ x_1 = 3 & \text{r4} \end{cases}$$

r4 é a constante **x1 = 3**



$$\begin{cases} x_1 + x_2 \le 4 \\ x_1 + 2x_2 \ge -2 \\ x_1 - x_2 \ge -2 \\ x_1 \le 3 \end{cases}$$

Para o seguinte problemas de programação linear, encontrar o domínio de soluções admissíveis.

Minimizar $W = 20x_1 + 10x_2$

Sujeito à
$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \geq 30 \\ 2x_1 + x_2 \leq 26 \\ -2x_1 + 5x_2 \leq 34 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Um padeiro dispõe de 150, 90 e 150 unidades dos ingredientes A, B e C respectivamente. Cada pão necessita de 1 unidade de A, 1 de B e 2 de C, e um bolo precisa de 5, 2 e 1 unidades de A, B e C, respectivamente. Se um pão é vendido a 35 u.m., e um bolo é vendido por 80 u.m.

a) Elabore o modelo matemático correspondente a este problema de programação linear.

b) Como deve o padeiro distribuir as matérias-primas disponíveis de modo a obter o maior lucro? – Resolva usando o método gráfico. ***Exercício 2.1, Mulenga, página 10***

Resolução:

$$Maximizar\ Z = 35x_1 + 80x_2 \qquad Max\ Z = 35x_1 + 80x_2$$

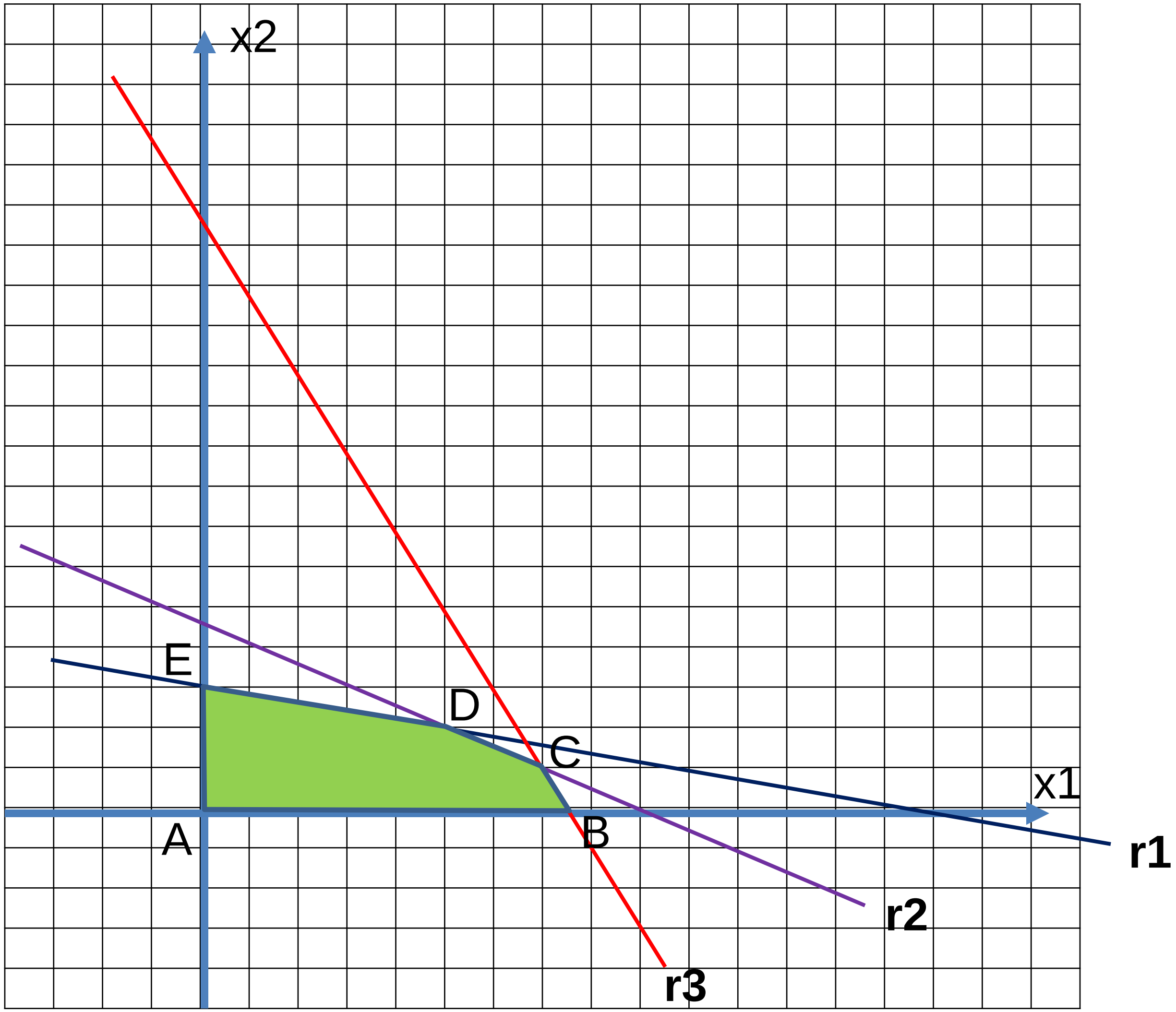
$$Sujeito\ \grave{a}\ \begin{cases} x_1 + 5x_2 \le 150 \\ x_1 + 2x_2 \le 90 \\ 2x_1 + x_2 \le 150 \\ x_1, x_2 \ge 0 \end{cases} \qquad Sujeito\ \grave{a}\ \begin{cases} x_1 + 5x_2 = 150 \\ x_1 + 2x_2 = 90 \\ 2x_1 + x_2 = 150 \\ x_1, x_2 \ge 0 \end{cases}$$

x1	x2
0	**30**
150	0

x1	x2
0	**45**
90	0

x1	x2
0	**150**
75	0

Introdução à Investigação Operacional



Resultados

	Coordenadas		
Pontos	**X1**	**X2**	**Resultado**
A	0	0	0
B	75	0	2625
C	70	10	3250
D	50	20	3350
E	0	30	2400

Conclusão: *De modo que o padeiro obtenha maior lucro este deve produzir 50 pães e 20 bolos.*

$$Z = 35x_1 + 80x_2 = 0$$

x1	x2
10.0	-4.4
-22.9	10.0

$$D : r_1 \cap r_2 \Rightarrow \begin{cases} x_1 + 5x_2 = 150 \\ x_1 + 2x_2 = 90 \end{cases}$$

$$x_1 = 50 \ e \ x_2 = 20$$

Cada kg do alimento A custa 3 u.m. e contém 5 unidades de proteína, 2 de hidrato de carbono e 1 de gordura. O alimento B que se pode comprar a 2 u.m. por kg, contém 1, 2 e 4 unidades, daqueles produtos, respectivamente. Supondo que as necessidades semanais mínimas de uma pessoa são 10 unidades de proteínas, 12 de hidrato de carbono e 12 de gordura.

Qual a quantidade de alimento A e, ou B a pessoa pode comprar de forma a economizar os seus gastos?

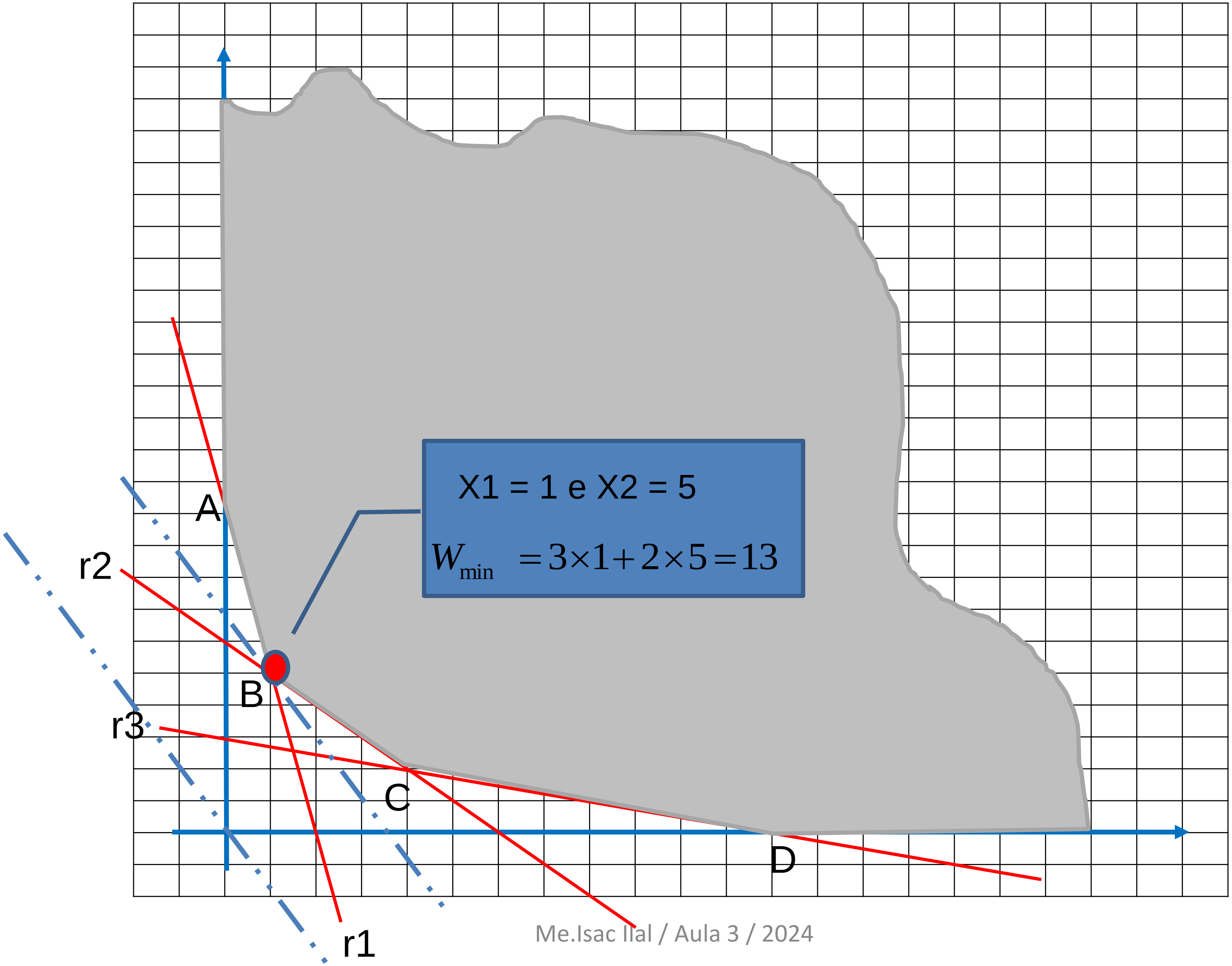
$$Min\ W = 3x_1 + 2x_2$$

$$Sujeito\ à \begin{cases} 5x_1 + 1x_2 \geq 10 \\ 2x_1 + 2x_2 \geq 12 \\ 1x_1 + 4x_2 \geq 12 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$Min\ W = 3x_1 + 2x_2$$

$$Sujeito\ à \begin{cases} 5x_1 + 1x_2 = 10 \\ 2x_1 + 2x_2 = 12 \\ 1x_1 + 4x_2 = 12 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Introdução à Investigação Operacional



Uma empresa pode recorrer à utilização de dois computadores A e B para obter a emissão dos recibos aos seus clientes. Cada período de utilização do computador A é de 4 horas, custa à empresa 20 u.m e obtém-se a emissão de 1200 recibos, enquanto que um período de utilização do computador B é de 3 horas e custa a empresa 50 u.m., obtendo em contrapartida 1900 recibos. Sabendo que a empresa não consegue obter automáticamente, a emissão de todos os recibos, nas 84 horas e com os 760 u.m que dispõe mensalmente para a utilização dos computadores A e B, como é que se pode programar a utilização destes, de modo a obter o máximo de recibos.

SUMÁRIO

Resolução de problemas de programação linear pelo método gráfico